

## PIANO NAZIONALE INFORMATICA

### Tema di: MATEMATICA

#### QUESTIONARIO

1. Si narra che l'inventore del gioco degli scacchi chiedesse di essere compensato con chicchi di grano: un chicco sulla prima casella, due sulla seconda, quattro sulla terza e così via, sempre raddoppiando il numero dei chicchi, fino alla 64<sup>a</sup> casella. Assumendo che 1000 chicchi pesino circa 38g, calcola il peso in tonnellate della quantità di grano pretesa dall'inventore.
2. I poliedri regolari – noti anche come *solidi platonici* – sono, a meno di similitudini, solo cinque: il tetraedro, il cubo, l'ottaedro, il dodecaedro e l'icosaedro. Sai dimostrarlo?
3. In un piano sono dati una retta  $r$  e due punti  $A$  e  $B$  ad essa esterni ma situati nel medesimo semipiano di origine  $r$ . Si trovi il più breve cammino che congiunga  $A$  con  $B$  toccando  $r$ .
4. Si dimostri che l'equazione  $\sin x = x - 1$  ha una e una sola radice  $\alpha$  e, utilizzando una calcolatrice tascabile, se ne dia una stima. Si descriva altresì una procedura di calcolo che consenta di approssimare  $\alpha$  con la precisione voluta.
5. Si dimostri che la somma dei coefficienti dello sviluppo di  $(a + b)^n$  è uguale a  $2^n$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ .
6. L'equazione risolvente un dato problema è:  $k \cos 2x - 5k + 2 = 0$  dove  $k$  è un parametro reale e  $x$  ha le seguenti limitazioni:  $15^\circ < x < 45^\circ$ . Si discuta per quali valori di  $k$  le radici dell'equazione siano soluzioni del problema.
7. *Bruno de Finetti* (1906-1985), tra i più illustri matematici italiani del secolo scorso, del quale ricorre quest'anno il centenario della nascita, alla domanda: "che cos'è la probabilità?" era solito rispondere: "la probabilità non esiste!". Quale significato puoi attribuire a tale risposta? E' possibile collegarla ad una delle diverse definizioni di probabilità che sono state storicamente proposte?
8. Un tiratore spara ripetutamente ad un bersaglio; la probabilità di colpirlo è di 0,3 per ciascun tiro. Quanti tiri deve fare per avere probabilità  $\geq 0,99$  di colpirlo almeno una volta?
9. Della funzione  $f(x)$  si sa che è derivabile e diversa da zero in ogni punto del suo dominio e, ancora, che:  $f'(x) = f(x)$  e  $f(0) = 1$ . Puoi determinare  $f(x)$ ?
10. Tenuto conto che:

$$\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

calcola un'approssimazione di  $\pi$  utilizzando uno dei metodi di integrazione numerica studiati.