

QUESTIONARIO

- Si narra che l'inventore del gioco degli scacchi chiedesse di essere compensato con chicchi di grano: un chicco sulla prima casella, due sulla seconda, quattro sulla terza e così via, sempre raddoppiando il numero dei chicchi, fino alla 64^a casella. Assumendo che 1000 chicchi pesino circa 38g, calcola il peso in tonnellate della quantità di grano pretesa dall'inventore.
- I poliedri regolari – noti anche come *solidi platonici* – sono, a meno di similitudini, solo cinque: il tetraedro, il cubo, l'ottaedro, il dodecaedro e l'icosaedro. Sai dimostrarlo?
- Un foglio di carta deve contenere: un'area di stampa di 50 cm^2 , margini superiore e inferiore di 4 cm e margini laterali di 2 cm . Quali sono le dimensioni del foglio di carta di area minima che si può utilizzare?
- La capacità di un serbatoio è pari a quella del cubo inscritto in una sfera di un metro di diametro. Quanti sono, approssimativamente, i litri di liquido che può contenere il serbatoio?
- Si dimostri che la somma dei coefficienti dello sviluppo di $(a+b)^n$ è uguale a 2^n per ogni $n \in \mathbb{N}$.
- L'equazione risolvente un dato problema è: $k \cos 2x - 5k + 2 = 0$ dove k è un parametro reale e x ha le seguenti limitazioni: $15^\circ < x < 45^\circ$. Si discuta per quali valori di k le radici dell'equazione siano soluzioni del problema.
- La funzione $f(x) = x^3 - 2x^2$ soddisfa le condizioni del teorema di *Lagrange* nell'intervallo $[0,1]$? Se sì, trova il punto ξ che compare nella formula

$$\frac{f(b) - f(a)}{b-a} = f'(\xi)$$
- La funzione $f(x) = \operatorname{tg} x$ assume valori di segno opposto negli estremi dell'intervallo $I = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi \right]$, eppure non esiste alcun $x \in I$ tale che $f(x) = 0$. È così? Perché?
- Della funzione $f(x)$ si sa che è derivabile e diversa da zero in ogni punto del suo dominio e, ancora, che: $f'(x) = f(x)$ e $f(0) = 1$. Puoi determinare $f(x)$?
- La funzione $f(x) = a \operatorname{sen} x + b \operatorname{cos} x$ ha un estremo relativo per $x = \frac{4\pi}{3}$ ed è $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 1$.
Si trovino a e b e si dica quale è il periodo di $f(x)$.