

## Questionario

1. - Il *grado sessagesimale* è la 360<sup>a</sup> parte dell'angolo giro.

Suoi sottomultipli sono:

a) il *primo* è la 60<sup>a</sup> parte del *grado*  $\Rightarrow$  un *grado* = 60'

b) il *secondo* è la 60<sup>a</sup> parte del *primo*  $\Rightarrow$  un *primo* = 60"

- Il *grado centesimale* è la 400<sup>a</sup> parte dell'angolo giro.

Suoi sottomultipli sono:

a) il *primo* è la 100<sup>a</sup> parte del *grado cent.*  $\Rightarrow$  un *grado centesimale* = 100' cent.

b) il *secondo* è la 100<sup>a</sup> parte del *primo cent.*  $\Rightarrow$  un *primo centesimale* = 100' cent.

- Il *radiante* è l'angolo al centro di una circonferenza che sottende un arco lungo quanto un raggio; oppure

- Il *radiante* è l'arco che, rettificato, è uguale al raggio della circonferenza alla quale l'arco appartiene.

La misura in radianti di un angolo o di un arco è indipendente dalla particolare circonferenza a cui appartengono.

Nel sistema che ha come unità di misura il *radiante* l'angolo giro e l'intera circonferenza misurano  $2\pi$

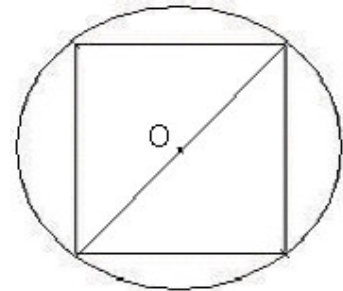
2. La figura a lato è la sezione del solido richiesto con un piano perpendicolare ai piani di base e passante per il centro della sfera.

Detto  $R$  il raggio della sfera,  $l_4$  il lato del quadrato inscritto e  $r$  il raggio di base del cilindro, si ha

$$S_{sf} = 4\pi R^2 \quad \Rightarrow \quad r = \frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{ci} = 2\pi r \cdot 2r + 2\pi r^2 = 6\pi r^2 = 6\pi \frac{R^2}{2} = 3\pi R^2$$

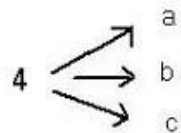
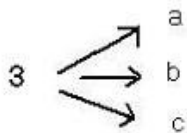
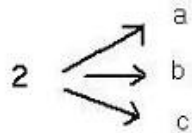
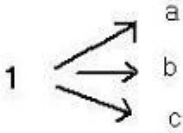
$$\frac{S_{ci}}{S_{sf}} = \frac{3}{4}$$



3. Il volume varia con il cubo del rapporto di similitudine, mentre la superficie varia con il quadrato di tale rapporto.

4. Si dice funzione da un insieme  $A$  in un insieme  $B$ , con  $A$  e  $B$  non vuoti, una legge che associa ad ogni elemento di  $A$  uno, ed uno solo, degli elementi di  $B$ .

Ognuno degli elementi di  $A$  può avere come corrispondente  $a$  o  $b$  o  $c$ , ossia:



In una prima applicazione  $f(1) = a \quad f(2) = a \quad f(3) = a \quad f(4) = a$

In una seconda applicazione  $f(1) = a \quad f(2) = a \quad f(3) = a \quad f(4) = b$

In una terza applicazione  $f(1) = a \quad f(2) = a \quad f(3) = b \quad f(4) = a$  e così via;

Quindi: le applicazioni sono tante quante le disposizioni con ripetizione di 3 oggetti di

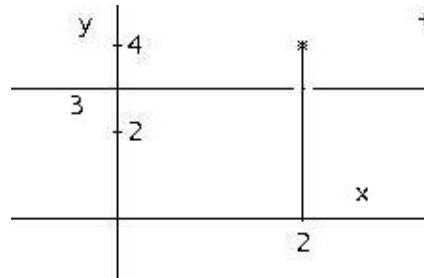
classe 4:  $N_{\text{appl}} = D_{3,4}^r = 3^4 = 81$

5. Una espressione di  $g(x)$  può essere:

$$g(x) = \begin{cases} 4 & \text{per } x = 2 \\ 3 & \text{per } x \neq 2 \end{cases}$$

La funzione  $g(x)$  ha una discontinuità di

terza specie essendo  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3$



6. Le condizioni per determinare la curva sono quattro: due derivanti dal passaggio della curva per due punti e gli altri due derivanti dall'ipotesi che tali punti sono massimi e minimi relativi.

Possiamo, perciò, considerare una cubica:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \text{con} \quad y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Essendo opposte le ascisse dei punti di massimo e minimo relativo da  $y'(\pm 1) = 0$

si ricava  $b = 0$   $c = -3a$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Passaggio per } (1;3) \quad a - 3a + d = 3 \quad \rightarrow \quad -2a + d = 3 \\ \text{Passaggio per } (-1;2) \quad a + 3a + d = 2 \quad \rightarrow \quad 2a + d = 2 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$a = -\frac{1}{4} \quad c = \frac{3}{4} \quad d = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad y = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{2}$$

-- Un altro modo di procedere potrebbe essere quello che segue: dalla conoscenza che il minimo precede il massimo e tali punti sono  $-1$  e  $+1$  si può porre

$$y' = c(1 - x^2) \quad \rightarrow \quad y = c\left(x - \frac{x^3}{3}\right) + d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Passaggio per } (1;3) \quad 2c + 3d = 9 \\ \text{Passaggio per } (-1;2) \quad 4c + 3d = 6 \end{array} \right\} \rightarrow \quad c = -\frac{3}{2} \quad d = 4$$

$$\Rightarrow \quad y = -\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4$$

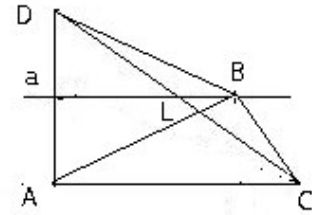
7. Risolviamo il quesito per via geometrica. Sia ABC il triangolo avente una base AC e un'area assegnata. Tutti i triangoli aventi la stessa base ed equivalenti al triangolo dato hanno i vertici sulla retta  $a$  passante per il vertice B e parallela alla base.

Trovare il triangolo di perimetro minimo significa trovare il minimo di  $AB + BC$

Sia D il simmetrico di A rispetto alla retta  $a$  e unirlo con B e C.  $DB = AB$  quindi

$$AB + BC \text{ minimo} \Leftrightarrow DB + BC \text{ minimo}$$

Ciò è vero quando D, B, C sono allineati ossia quando  $B \rightarrow L$ .



$$8. \begin{cases} a+b=y \\ a \cdot b=y \end{cases} \rightarrow t^2 - yt + y = 0 \rightarrow t = \frac{y \pm \sqrt{y^2 - 4y}}{2} \rightarrow$$

$$y^2 - 4y > 0 \rightarrow y < 0 \vee y > 4$$

9. La funzione  $f(x) = e^x + 3x$  è strettamente crescente

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \quad f(0) = 1$$

La funzione incontra l'asse x in un punto di ascissa negativa; che

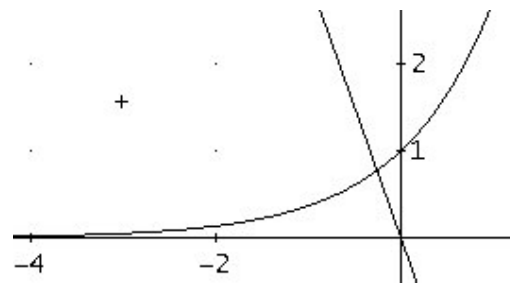
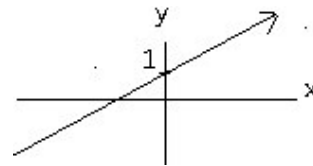
l'ascissa fosse negativa si poteva evincere dal fatto che  $e^x + 3x$

si poteva annullare solo se  $e^x$  e  $3x$  erano opposti, ossia solo, se  $x$  è negativo dato che  $e^x$  è sempre positivo in  $\mathbb{R}$ .

-- Si poteva giungere alla stessa conclusione

risolvendo l'equazione  $e^x + 3x = 0$

$$\text{equivalente al sistema} \begin{cases} f(x) = e^x \\ g(x) = -3x \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$



$$10. \begin{cases} x' = x\sqrt{3} - y \\ y' = x + y\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x' = 2 \cdot (x \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} y) \\ y' = 2 \cdot (\frac{1}{2} x + \frac{\sqrt{3}}{2} y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x' = 2 \cdot (x \cos \frac{\pi}{6} - y \sin \frac{\pi}{6}) \\ y' = 2 \cdot (x \sin \frac{\pi}{6} + y \cos \frac{\pi}{6}) \end{cases}$$

Si tratta, quindi, di una rotazione di  $\frac{\pi}{6}$  seguita da una omotetia (diretta) di rapporto 2.