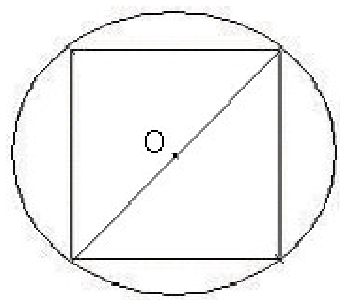
Questionario

1. $\begin{cases} a+b=y \\ a\cdot b=y \end{cases} \quad \rightarrow \quad t^2-yt+y=0 \quad \rightarrow \quad t=\dfrac{y\pm\sqrt{y^2-4y}}{2} \quad \rightarrow$

$$y^2-4y>0 \quad \rightarrow \quad y<0 \quad \text{v} \quad y>4$$

2. La figura a lato è la sezione del solido richiesto con un piano perpendicolare ai piani di base e passante per il centro della sfera.



Detto R il raggio della sfera, l_4 il lato del quadrato inscritto e r il raggio di base del cilindro, si ha

$$S_{sf}=4\pi R^2 \quad \Rightarrow \quad r=\frac{R\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{ci}=2\pi r\cdot 2r+2\pi r^2 = 6\pi r^2 = 6\pi\frac{R^2}{2} = 3\pi R^2$$

$$\frac{S_{ci}}{S_{sf}}=\frac{3}{4}$$

3. Le condizioni per determinare la curva sono quattro: due derivanti dal passaggio della curva per due punti e gli altri due derivanti dall'ipotesi che tali punti sono massimi e minimi relativi. Possiamo, perciò, considerare una cubica:

$$y=ax^3+bx^2+cx+d \qquad \text{con} \qquad y'=3ax^2+2bx+c$$

Essendo opposte le ascisse dei punti di massimo e minimo relativo da $y'(\pm1)=0$

si ricava $\quad b=0 \quad c=-3a$

$$\begin{cases} \text{Passaggio per } (1;3) & a-3a+d=3 & \rightarrow & -2a+d=3 \\ \text{Passaggio per } (-1;2) & a+3a+d=2 & \rightarrow & 2a+d=2 \end{cases} \rightarrow$$

$$a=-\frac{1}{4} \qquad c=\frac{3}{4} \qquad d=\frac{5}{2} \qquad \Rightarrow \qquad y=-\frac{1}{4}x^3+\frac{3}{4}x^2+\frac{5}{2}$$

-- Un altro modo di procedere potrebbe essere quello che segue: dalla conoscenza che il minimo precede il massimo e tali punti sono -1 e +1 si può porre

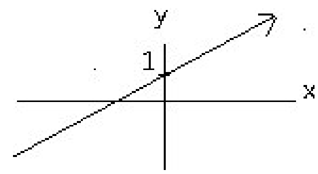
$$y'=c(1-x^2) \qquad \rightarrow \qquad y=c(x-\frac{x^3}{3})+d$$

$$\begin{cases} \text{Passaggio per } (1;3) & 2c+3d=9 \\ \text{Passaggio per } (-1;2) & 4c+3d=6 \end{cases} \quad \rightarrow \quad c=-\frac{3}{2} \qquad d=4$$

$$\Rightarrow \qquad y=-\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2+4$$

4. La funzione $f(x) = e^x + 3x$ è strettamente crescente

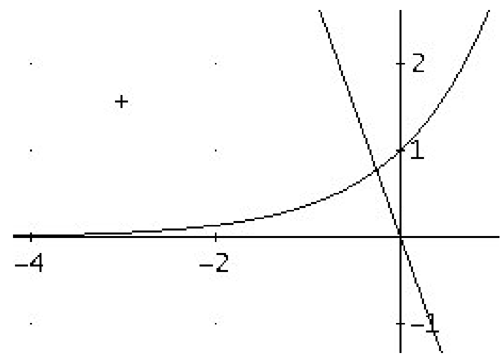
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ $f(0) = 1$



La funzione incontra l'asse x in un punto di ascissa negativa; che l'ascissa fosse negativa si poteva evincere dal fatto che $e^x + 3x$ si poteva annullare solo se e^x e $3x$ erano opposti, ossia solo, se x è negativo dato che e^x è sempre positivo in R.

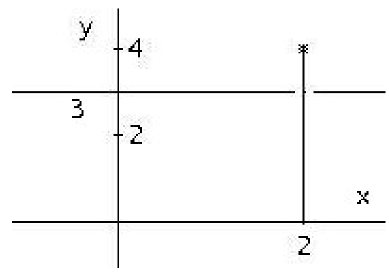
-- Si poteva giungere alla stessa conclusione risolvendo l'equazione $e^x + 3x = 0$

equivalente al sistema $\begin{cases} f(x) = e^x \\ g(x) = -3x \\ f(x) = g(x) \end{cases}$



5. Una espressione di g(x) può essere:

$g(x) = \begin{cases} 4 & \text{per } x = 2 \\ 3 & \text{per } x \neq 2 \end{cases}$



La funzione g(x) ha una discontinuità di terza specie essendo $\lim_{x \to 2} g(x) = 3$

6. $g(x) = \log(2x)^3 = 3 \cdot \log(2x) = 3 \cdot (\log 2 + \log 3) = 3 \cdot \log 2 + 3 \cdot \log x \quad \Rightarrow$

$g(x) = k + f(x)$ con $x > 0$

7. $S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot sen\delta$ $0 < \delta < \pi$

S è massimo quando acquista il suo massimo valore $sen\delta$; ciò avviene quando

$sen\delta = 1$ ossia per $\delta = \frac{\pi}{2}$

8. - Il *grado sessagesimale* è la 360^a parte dell' angolo giro.

Suoi sottomultipli sono:

a) il *primo* è la 60^a parte del *grado* $\Rightarrow$ *un grado* $= 60'$

b) il secondo è la 60^a parte del primo $\Rightarrow$ un primo $= 60''$

- Il *grado centesimale* è la 400^a parte dell' angolo giro.

Suoi sottomultipli sono:

a) il *primo* è la 100^a parte del *grado cent.* $\Rightarrow$ *un grado centesimale* $= 100'$ cent.

b) il secondo è la 100^a parte del *primo cent.* $\Rightarrow$ *un primo centesimale* $= 100''$ cent.

- Il *radiante* è l'angolo al centro di una circonferenza che sottende un arco lungo quanto un raggio; oppure
- Il *radiante* è l'arco che, rettificato, è uguale al raggio della circonferenza alla quale l'arco appartiene.

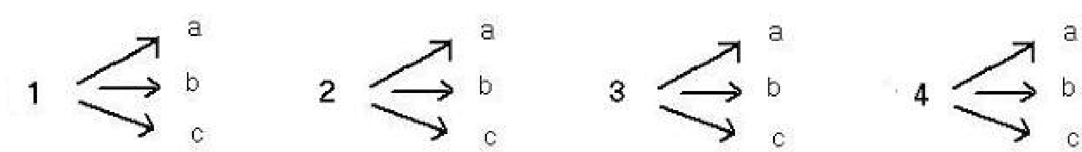
La misura in radianti di un angolo o di un arco è indipendente dalla particolare circonferenza a cui appartengono.

Nel sistema che ha come unità di misura il *radiante* l'angolo giro e l'intera circonferenza misurano 2π

9. $$\int_0^1 arcsenx\,dx = \left[x \cdot arcsenx\right]_0^1 - \int_0^1 x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \left[x \cdot arcsenx + \sqrt{1-x^2}\right]_0^1 = \frac{\pi}{2} - 1$$

10. Si dice funzione da un insieme A in un insieme B, con A e B non vuoti, una legge che associa ad ogni elemento di A uno, ed uno solo, degli elementi di B.

Ognuno degli elementi di A può avere come corrispondente a o b o c, ossia:



In una prima applicazione $f(1)=a$ $f(2)=a$ $f(3)=a$ $f(4)=a$

In una seconda applicazione $f(1)=a$ $f(2)=a$ $f(3)=a$ $f(4)=b$

In una terza applicazione $f(1)=a$ $f(2)=a$ $f(3)=b$ $f(4)=a$ e così via;

Quindi: le applicazioni sono tante quante le disposizioni con ripetizione di 3 oggetti di classe 4: $N_{appl} = D^r_{3,4} = 3^4 = 81$