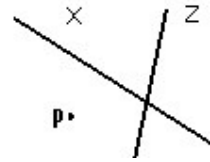
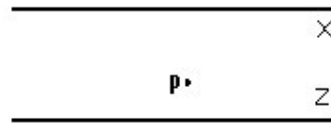


QUESTIONARIO

1) Due rette si dicono sghembe se non sono complanari.

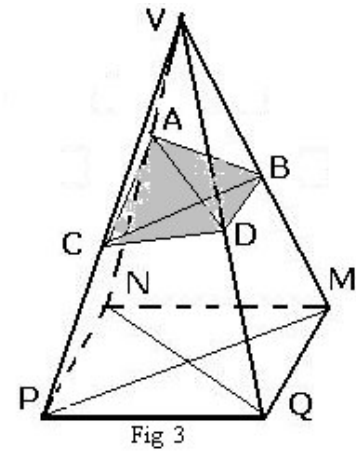
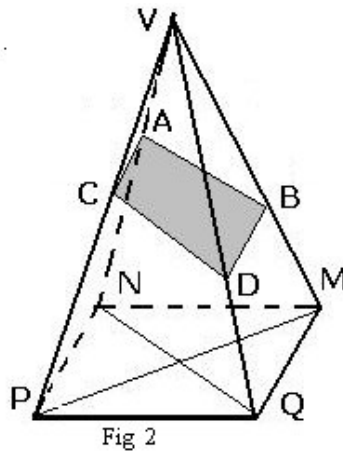
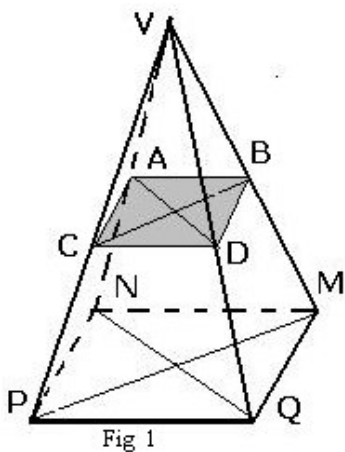
La proposizione è falsa.

Infatti, consideriamo le rette x , z complanari (parallele o incidenti) e una terza retta y incidenti il piano delle prime due (P è la traccia), ma non le rette stesse. La retta y è sghemba sia con x che con z ma x e z non sono sghembe.



2) a - Se il piano passa per il vertice e non ha altri punti comuni con la piramide, l'intersezione è il vertice stesso.

b - Se il piano è parallelo alla base, l'intersezione è un quadrato. (Fig 1)



c - Se il piano è parallelo ad un lato della base, ma non alla base, la sezione è un trapezio, con $ABCD \parallel MQ$ e $AC \parallel BD$. (Fig 2)

d - Se il piano è parallelo ad una diagonale ma non alla base, la sezione è un romboide perché ha le diagonali perpendicolari: $AD \perp BC$. (Fig 3)

e - negli altri casi la sezione è un quadrilatero convesso.

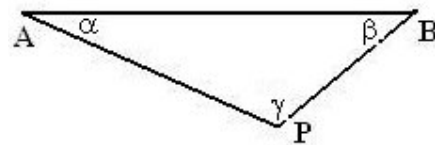
3) Si possono misurare sia l'angolo α che γ per cui $\beta = \pi - (\alpha + \gamma)$

AP è misurabile; applichiamo il teorema dei seni al

triangolo APB :

$$\frac{\overline{AB}}{\text{sen}\gamma} = \frac{\overline{AP}}{\text{sen}[\pi - (\alpha + \gamma)]} \rightarrow$$

$$\overline{AB} = \overline{AP} \cdot \frac{\text{sen}\gamma}{\text{sen}(\alpha + \gamma)}$$



Solo la risposta D è vera per $n=3$. Procediamo per induzione:

Supposta la D vera per n dimostriamo che è vera anche per $n+1$.

$$\begin{aligned} \text{La D, scritta per } n+1, \text{ diventa } & \frac{1}{24}(n+1)\left[(n+1)^2 - 1\right][3(n+1)+2] = \\ & \frac{1}{24}(n+1)(n^2 + 2n + 1 - 1)(3n + 3 + 2) = \frac{1}{24}(n+1)(n^2 + 2n)(3n + 5) = \\ & \frac{1}{24}(n+1)(3n^3 - 11n^2 + 10n) \quad (*) \end{aligned}$$

Dimostriamo la (*). Ricordando che $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1+n}{2} \cdot n$ essendo

$1, 2, 3, 4, \dots, n$ una progressione aritmetica di ragione 1

$$S_{n+1} = S_n + 1 \cdot (n+1) + 2 \cdot (n+1) + 3 \cdot (n+1) + \dots + n \cdot (n+1) = S_n + (1 + 2 + 3 + \dots + n)(n+1) =$$

$$\frac{1}{24}(n)(n^2 - 1)(3n + 2) + (n+1) \frac{1+n}{2} \cdot n = \frac{1}{24}(n+1) \left[\frac{n}{12}(n-1)(3n+2) + (n+1)n \right] =$$

$$\frac{1}{24}(n+1) \left(\frac{3n^3 + 2n^2 - 3n^2 - 2n + 12n + 12n^2}{12} \right) = \frac{1}{24}(n+1)(3n^3 - 11n^2 + 10n)$$

Poichè la D verifica le condizioni del Principio d'induzione, **la risposta corretta è la D.**

$$8) \quad x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 - xy - y^2) = 2(x^2 + xy + y^2) \quad \Rightarrow \quad x^3 - y^3 \quad \text{è divisibile per } 2.$$

Essendo x e y due numeri dispari consecutivi, con $x > y$ scriviamo $x = 2n+1$ e $y = 2n-1$

$$\text{Abbiamo} \quad x^2 + xy + y^2 = 4n^2 + 1 + 4n + 4n^2 - 1 + 4n^2 - 4n + 1 = 12n^2 + 1$$

$12n^2$ è divisibile per 3, il suo successivo $12n^2 + 1$ non lo è.

La risposta corretta è la D.

9) Le possibili cinque che contengono due dati numeri (1 è 90) sono tante quante le possibili combinazioni dei restanti 88 elementi di classe 3.

$$C_{88,3} = \frac{88 \cdot 87 \cdot 86}{3} = 109.736$$

$$10) \quad \log_2 3 \cdot \log_3 2 = \log_2 3 \cdot \frac{1}{\log_2 3} = 1 \quad \text{L'affermazione è vera.}$$